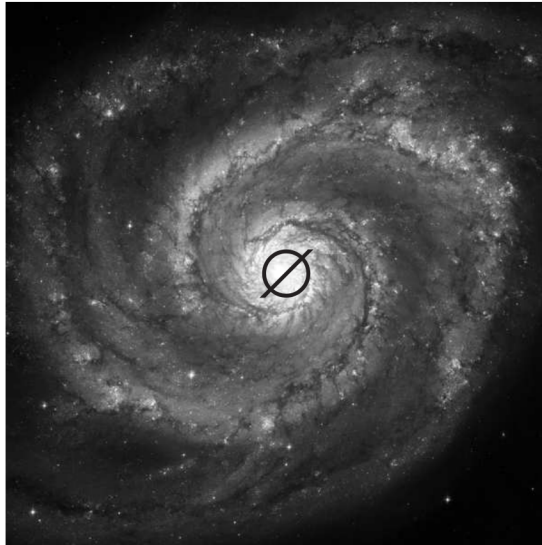


Олег Никифорчин

α



ω

Вступ до теорії множин

Університетська математична бібліотека



Олег Никифорчин

Вступ до теорії множин

Підтримано грантом програми
“Talents for Ukraine”
Благодійного фонду “Київська школа
економіки”

Івано-Франківськ

2024

УДК 510.22

MSC 2020: 03E30

H62

Підтримано грантом програми “Talents for Ukraine” Благодійного фонду “Київська школа економіки”.

Схвалено до друку вченою радою факультету математики та інформатики Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника.

Рецензенти: проф., д.ф.-м.н. Т.О. Банах, професор кафедри алгебри, топології та основ математики Львівського національного університету ім. Івана Франка;
проф, д.ф.-м.н. О.В. Маслюченко, професор кафедри математичного аналізу Чернівецького національного університету ім. Юрія Федьковича.

Никифорчин, Олег

H62 Вступ до теорії множин / Олег Никифорчин. — Івано-Франківськ: Голіней О.В., 2024. — 88 с.

ISBN 978-617-95377-7-6

У посібнику у вигляді курсу лекцій викладено початки теорії множин. Для студентів математичних спеціальностей університетів та наукових працівників у галузях математики, де потрібне застосування методів теорії множин.

УДК 510.22

ISBN 978-617-95377-7-6

© Олег Никифорчин, 2024

Зміст

Передмова	6
Розділ I. Аксиоми теорії множин	7
Лекція 1. Роль і побудова теорії множин	7
А. Наївна теорія множин	7
Б. Шляхи виходу з кризи математики	8
В. Кроки	8
Г. Праелементи та існування множин	9
Д. Позначення і мова	10
Лекція 2. Аксиоми теорії множин	11
А. Рівність та існування множин	11
Б. Об'єднання і степенева множина	13
В. Дія операції на елементи множини	14
Г. Мінімальні елементи	15
Лекція 3. Перші наслідки з аксіом та інструментарій теорії множин	16
А. Порожня множина і непорожні множини	16
Б. Об'єднання, перетини і різниці	17
В. Нездійсненність парадоксу Рассела	17
Г. Пари, відношення та функції	18
Д. Обмеження та продовження	19
Вправи до розділу I	20
Розділ II. Порядкові числа та індукція	23
Лекція 1. Нескінченність та математична індукція	23
А. Наступна множина	23
Б. Індуктивні множини. Аксиома нескінченності	23
В. Множина натуральних чисел	24
Г. Непотрібність праелементів	26
Лекція 2. Порядкові числа	26
А. Транзитивні множини	26
Б. Ординали	27
В. Порівняння ординалів	27

Г.	Трансфінитна індукція	28
Д.	Порівнянність всіх ординалів	29
Е.	Найменший ординал	30
Ж.	Граничні та ізольовані ординали	31
Лекція 3.	Означення за індукцією. Кроки	31
А.	Бінарні операції	31
Б.	Означення за індукцією	32
В.	Існування транзитивної надмножини і \in -індукція	34
Г.	Формальне означення кроків	35
Лекція 4.	Цілком впорядковані множини. Арифметика ординалів	36
А.	Цілком впорядковані множини	36
Б.	Ізоморфізми впорядкованих множин	37
В.	Будова цілком впорядкованої множини	37
Г.	Дії над цілком впорядкованими множинами	39
Д.	Додавання та множення ординалів	40
Е.	Індуктивне означення додавання та множення	41
Ж.	Піднесення ординала до степеня	43
Вправи до розділу II		44
Розділ III.	Аксиома вибору. Потужності	50
Лекція 1.	Аксиома вибору та рівносильні твердження	50
А.	Навіщо потрібна аксіома вибору?	50
Б.	Формулювання та рівносильні твердження	52
В.	Декартові добутки	54
Лекція 2.	Застосування аксіоми вибору	55
А.	Існування бази векторного простору	55
Б.	Адитивні функції, які не є лінійними	56
В.	Максимальні ідеали кільця з одиницею	57
Г.	Теорема Гана-Банаха	57
Д.	Ультрафільтри	60
Лекція 3.	Потужності і кардинальні числа	61
А.	Потужність множини	61
Б.	Ін'єкції та порівняння потужностей	63
В.	Неіснування найбільшого кардинала та множини всіх кардиналів	64

Г. Потужності об'єднань і декартових добутків	64
Д. Потужність множини дійсних чисел	67
Лекція 4. Арифметика кардиналів	68
А. Як отримувати більші кардинали?	68
Б. Додавання та множення кардиналів	69
В. Піднесення до степеня	72
Лекція 5. Конфінальності. Регулярні та сингулярні кардинали	74
А. Конфінальність лінійно впорядкованої множини	74
Б. Регулярні та сингулярні кардинали	76
В. Степені нескінченних кардиналів. Рекурсивна формула Гаусдорфа	77
Вправи до розділу III	79
Післямова	84
Предметний покажчик	85
Література	88